Vraag	Antwoord	Scores

Een logaritmische en een exponentiële functie

1 **maximumscore 6**

- Voor A geldt $4^{x+1}-3=13$, dus $4^{x+1}=16$ — 1
- Hieruit volgt $x+1=2$, dus (de x-coördinaat van A is) $x=1$ — 1
- Voor B geldt ${}^{2}\log\left(4\left(x+1\frac{1}{2}\right)\right)+8=13$, dus ${}^{2}\log\left(4\left(x+1\frac{1}{2}\right)\right)=5$ — 1
- Hieruit volgt $4\left(x+1\frac{1}{2}\right)=32$ — 1
- Dus (de x-coördinaat van B is) $x=6\frac{1}{2}$ — 1
- De lengte van lijnstuk AB is dus ($6\frac{1}{2}-1=$) $5\frac{1}{2}$ — 1

2 **maximumscore 3**

- $g(x)={}^{2}\log(4)+{}^{2}\log\left(x+1\frac{1}{2}\right)+8$ — 1
- $g(x)={}^{2}\log\left(x+1\frac{1}{2}\right)+10$ — 1
- (De horizontale translatie is dus) $1\frac{1}{2}$ naar links, (de verticale translatie is) 10 omhoog — 1

of

- $4\left(x+1\frac{1}{2}\right)=0$ geeft $x=-1\frac{1}{2}$, dus de verticale asymptoot ligt bij $x=-1\frac{1}{2}$ — 1
- Bijvoorbeeld het punt $(1, 0)$ $1\frac{1}{2}$ naar links verschuiven geeft $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ en $g\left(-\frac{1}{2}\right)=10$ — 1
- (De horizontale translatie is dus) $1\frac{1}{2}$ naar links, (de verticale translatie is) 10 omhoog — 1

Hoe lang is DE?

3 maximumscore 6

- Er geldt $8^2 = 5^2 + 11^2 - 2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot \cos(\angle A)$ 1
- Hieruit volgt $\cos(\angle A) = \dfrac{8^2 - 5^2 - 11^2}{-2 \cdot 5 \cdot 11}$ $(= 0{,}745...)$ (dus $\angle A = 41{,}801...°$) 1
- Er geldt $\cos(\angle A) = \dfrac{AD}{5}$ 1
- Hieruit volgt $AD = 5 \cdot 0{,}745... = 3{,}727...$ 1
- Driehoek ADE is gelijkvormig met driehoek ABC (wegens F-hoeken) 1
- $DE = \frac{3{,}727...}{11} \cdot 8 \approx 2{,}71$ 1

of

- Stel $AD = x$, dan geldt $CD^2 = 5^2 - x^2$ 1
- Ook geldt $CD^2 = 8^2 - (11 - x)^2$ 1
- Er geldt dus $5^2 - x^2 = 8^2 - (11 - x)^2$, dus $25 - x^2 = 64 - (121 - 22x + x^2)$ 1
- Hieruit volgt $82 = 22x$, dus ($AD =$) $x = \frac{41}{11}$ 1
- Driehoek ADE is gelijkvormig met driehoek ABC (wegens F-hoeken) 1
- $DE = \dfrac{\frac{41}{11}}{11} \cdot 8 \approx 2{,}71$ 1

of

- (Uit de cosinusregel volgt) $5^2 = 11^2 + 8^2 - 2 \cdot 11 \cdot 8 \cdot \cos(\angle B)$, dit geeft
  $\cos(\angle B) = \dfrac{5^2 - 11^2 - 8^2}{-2 \cdot 11 \cdot 8}$, waaruit volgt $\angle B = 24{,}619...°$ 1
- $CD = 8 \cdot \sin(\angle B) = 3{,}332...$ 1
- $AD = \sqrt{5^2 - CD^2} = 3{,}727...$ 1
- $\sin(\angle A) = \dfrac{DC}{AC} = 0{,}666...$ geeft $\angle A = 41{,}801...°$ 1
- $\angle ADE = \angle B$ (wegens F-hoeken);
  $\angle AED = 180 - 41{,}801... - 24{,}619... = 113{,}578...°$ 1
- (Uit de sinusregel volgt) $\dfrac{DE}{\sin(\angle A)} = \dfrac{AD}{\sin(\angle AED)}$ en dit geeft $DE \approx 2{,}71$ 1

Vraag	Antwoord	Scores

Viscositeit

4 **maximumscore 4**

- $C = 0{,}17$ invullen geeft $V = 2{,}286...$ — 1
- De vergelijking $2 \cdot 2{,}286... = \dfrac{1+0{,}5C}{(1-C)^4}$ moet worden opgelost — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden — 1
- $C \approx 0{,}29$ ($C \approx 1{,}80$ voldoet niet) — 1

5 **maximumscore 3**

- Het differentiequotiënt op het interval $[0; 0{,}001]$ is $\dfrac{\Delta V}{\Delta C} = \dfrac{V(0{,}001) - V(0)}{0{,}001}$ — 1
- Dit is gelijk aan $4{,}5...$ — 1
- ($V(0) = 1$, dus) $V_{\text{lin}} = 4{,}5C + 1$ (of $a = 4{,}5$ en $b = 1$) — 1

Twee toppen en twee evenwijdige lijnen

6 maximumscore 4

- $f'(x) = -6(2x-3)^2 + 6x - 6$ — 2
- $f'(x) = -6(4x^2 - 12x + 9) + 6x - 6$ — 1
- $f'(x) = -24x^2 + 72x - 54 + 6x - 6 = -24x^2 + 78x - 60$ — 1

of

- $(2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$ — 1
- $(2x-3)^3 = \left(4x^2 - 12x + 9\right) \cdot (2x-3) = 8x^3 - 24x^2 + 18x - 12x^2 + 36x - 27$ — 1
- De rest van de herleiding tot $f(x) = -8x^3 + 39x^2 - 60x + 31$ — 1
- Dit geeft $f'(x) = -24x^2 + 78x - 60$ — 1

Opmerking
Als een kandidaat bij het differentiëren in het eerste antwoordalternatief de kettingregel niet of niet correct heeft toegepast, voor deze vraag maximaal 2 scorepunten toekennen.

7 maximumscore 7

- $f'(x) = 0$ geeft $x = \dfrac{-78 \pm \sqrt{78^2 - 4 \cdot -24 \cdot -60}}{2 \cdot -24}$ — 1
- Dus $x = 1\frac{1}{4}$ of $x = 2$ — 1
- Hieruit volgt $A\left(1\frac{1}{4}, 1\frac{5}{16}\right)$ en $B(2, 3)$ — 1
- Dus de richtingscoëfficiënt van k is $\dfrac{3 - 1\frac{5}{16}}{2 - 1\frac{1}{4}} = 2\frac{1}{4}$ — 1
- k en l hebben dus een vergelijking van de vorm $y = 2\frac{1}{4}x + b$ — 1
- Invullen van de coördinaten van B geeft voor k: $3 = 2\frac{1}{4} \cdot 2 + b$, dus $b = -1\frac{1}{2}$; invullen van de coördinaten van P geeft voor l: $2 = 2\frac{1}{4} \cdot 1 + b$, dus $b = -\frac{1}{4}$ — 1
- De (vergrotings)factor is dus $\left(\dfrac{OM}{ON} =\right) \dfrac{1\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = 6$, dus $z = 6$
  (of: een exacte berekening waaruit volgt dat $x_K = \frac{6}{9}$ en $x_L = \frac{1}{9}$, dus
  $z = \dfrac{\sqrt{\left(\frac{6}{9}\right)^2 + \left(1\frac{1}{2}\right)^2}}{\sqrt{\left(\frac{1}{9}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2}} = 6$) — 1

NK Tegenwindfietsen

8 maximumscore 5

- Sweeres tijd in 2016 was $\frac{22,5}{60} = 0,375$ uur — 1
- Zijn snelheid was $\frac{8,5}{0,375} = 22,66...$ (km/uur) — 1
- Het vermogen dat hij leverde was
  $P = 0,00386 \cdot 22,66... \cdot (22,66...+80)^2 = 922,...$ (W) — 1
- Het vermogen dat hij moet leveren is
  $P = 0,00386 \cdot 22,66... \cdot (22,66...+80 \cdot 1,05)^2 = 995,...$ (W) — 1
- $\frac{995,...-922,...}{922,...} = 0,079...$, dus 8(%) — 1

9 maximumscore 4

- De vergelijking $210 = 0,0273 \cdot 72 \cdot 5,9 \cdot v$ moet worden opgelost — 1
- $v = 18,10...$ (km/uur) — 1
- Hij doet er dus $\frac{1,2}{18,10...} = 0,06...$ (uur) over — 1
- Dat komt overeen met $0,06... \cdot 60 \approx 4$ (minuten) — 1

10 maximumscore 3

- De vergelijking $0,0273 \cdot 78 \cdot 8,4 \cdot 19 = 0,00386 \cdot v \cdot (v+70)^2$ moet worden opgelost — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost — 1
- Dit geeft een snelheid van 12,8 (km/uur) — 1

Een cirkel en functies met een wortel

11 maximumscore 6

- $f'(x) = \dfrac{2}{\sqrt{x}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- $f'(4) = 1$ (dus l heeft een vergelijking van de vorm $y = x + b$) 1
- ($A(4, 9)$ ligt op l, dus) $4 + b = 9$, dus $b = 5$, dus $y = x + 5$ is een vergelijking van l 1
- $y = x + 5$ invullen in de vergelijking van c geeft $(x+2)^2 + (x+6)^2 = 8$ 1
- Herleiden tot $2x^2 + 16x + 32 = 0$ (of $x^2 + 8x + 16 = 0$) 1
- De discriminant van deze vergelijking is $16^2 - 4 \cdot 2 \cdot 32 = 0$ (of: het oplossen van deze vergelijking geeft als enige oplossing $x = -4$), dus l en c raken elkaar 1

of

- $f'(x) = \dfrac{2}{\sqrt{x}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- $f'(4) = 1$ (dus l heeft een vergelijking van de vorm $y = x + b$) 1
- ($A(4, 9)$ ligt op l, dus) $4 + b = 9$, dus $b = 5$, dus $y = x + 5$ is een vergelijking van l 1
- Een lijn loodrecht op l heeft richtingscoëfficiënt $(\frac{-1}{1} =) -1$; de coördinaten van het middelpunt M zijn $(-2, -1)$; een vergelijking van de lijn door M, loodrecht op l heeft dus vergelijking $y = -x - 3$ 1
- Voor het snijpunt Z van l en m geldt $x + 5 = -x - 3$; dit geeft $x = -4$ en $y = 1$ 1
- $(-4+2)^2 + (1+1)^2 = 8$, dus Z ligt op c, dus l en c raken elkaar 1

12 maximumscore 5

- Voor punt S geldt $(0+2)^2 + (y+1)^2 = 8$ 1
- $(y+1)^2 = 4$, dus $y + 1 = -2$ of $y + 1 = 2$ 1
- (Dus voor S geldt) $y = -3$ ($y = 1$ voldoet niet), dus $q = -3$ 1
- ($A(4, 9)$ ligt op de grafiek van g, dus geldt) $p\sqrt{4} - 3 = 9$ 1
- Dit geeft $p = 6$ 1

Vraag	Antwoord	Scores

Sinusoïde en lijn

13 **maximumscore 6**

- $-1+\sin(2x-\frac{1}{6}\pi)=-\frac{1}{2}$ geeft $\sin(2x-\frac{1}{6}\pi)=\frac{1}{2}$ — 1
- Voor een deel van de oplossingen geldt $2x-\frac{1}{6}\pi=\frac{1}{6}\pi+k\cdot 2\pi$ — 1
- Hieruit volgt $2x=\frac{1}{3}\pi+k\cdot 2\pi$, dus $x=\frac{1}{6}\pi+k\cdot\pi$ — 1
- Voor het andere deel van de oplossingen geldt $2x-\frac{1}{6}\pi=\frac{5}{6}\pi+k\cdot 2\pi$ — 1
- Hieruit volgt $2x=\pi+k\cdot 2\pi$, dus $x=\frac{1}{2}\pi+k\cdot\pi$ — 1
- De gevraagde waarden van x zijn $x=\frac{1}{6}\pi$, $x=\frac{1}{2}\pi$, $x=1\frac{1}{6}\pi$ en $x=1\frac{1}{2}\pi$ — 1

of

- $-1+\sin(2x-\frac{1}{6}\pi)=-\frac{1}{2}$ geeft $\sin(2x-\frac{1}{6}\pi)=\frac{1}{2}$ — 1
- Een oplossing is $2x-\frac{1}{6}\pi=\frac{1}{6}\pi$, dus $2x=\frac{1}{3}\pi$, dus $x=\frac{1}{6}\pi$ — 1
- Een redenering of berekening waaruit volgt dat de lijn met vergelijking $x=\frac{1}{3}\pi$ een symmetrieas van de grafiek van f is — 1
- Een andere oplossing is dus $x=\frac{1}{3}\pi+\frac{1}{3}\pi-\frac{1}{6}\pi=\frac{1}{2}\pi$ — 1
- De periode van f is $\frac{2\pi}{2}=\pi$ — 1
- De twee overige oplossingen zijn dus $x=1\frac{1}{6}\pi$ en $x=1\frac{1}{2}\pi$ — 1

Vraag	Antwoord	Scores

14 **maximumscore 5**

- Beschrijven hoe de vergelijking $-1+\sin(2x-\frac{1}{6}\pi)=0$ opgelost kan worden — 1
- De x-coördinaat van A is 1,047… (, dus $A(1{,}047...;0)$) — 1
- Lijn l heeft richtingscoëfficiënt $\tan(75°)=3{,}732...$ — 1
- Uit $0=3{,}732...\cdot 1{,}047...+b$ volgt $b=-3{,}908...$ (, dus $B(0;-3{,}908...)$) — 1
- De afstand tussen A en B is $\sqrt{1{,}047...^2+3{,}908...^2}\approx 4{,}05$ — 1

of

- Beschrijven hoe met de GR de x-coördinaat van top A gevonden kan worden — 1
- De x-coördinaat van A is 1,047… (dus $OA=1{,}047...$) — 1
- $\angle OAB=75°$ (wegens overstaande hoeken) — 1
- $\cos(75°)=\frac{OA}{AB}$ — 1
- Dus $AB\ (=\frac{OA}{\cos(75°)})\approx 4{,}05$ — 1

15 **maximumscore 5**

- $b=2\cdot 3=6$ (of: de periode van f is $\frac{2\pi}{2}=\pi$, dus de periode van g is $\frac{1}{3}\pi$, dus $b=\frac{2\pi}{\frac{1}{3}\pi}=6$) — 1
- De amplitude van de grafiek van f is 1, dus de amplitude van de grafiek van g is $\frac{1}{4}$ — 1
- Het minimum van g is gelijk aan $f(0)=-1\frac{1}{2}$ — 1
- Dus $d=(-1\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=)-1\frac{1}{4}$ — 1
- Een toelichting waaruit volgt $a=-\frac{1}{4}$ — 1

Viaduc de Garabit

16 **maximumscore 5**

- De top van de parabool is $(82,5; 51,858)$ — 1
- Dus de formule van de parabool is van de vorm
  $y = a(x - 82,5)^2 + 51,858$ — 1
- $(0, 0)$ invullen geeft $a(0 - 82,5)^2 + 51,858 = 0$ — 1
- Hieruit volgt $a = -\dfrac{51,858}{82,5^2}$ — 1
- Het herleiden van $y = -\dfrac{51,858}{82,5^2}(x - 82,5)^2 + 51,858$ tot
  $y = -0,0076x^2 + 1,2572x$ (dus $a \approx -0,0076$ en $b \approx 1,2572$) — 1

of

- De top van de parabool is $(82,5; 51,858)$ — 1
- $(82,5; 51,858)$ en $(165,0)$ invullen in $y = ax^2 + bx$ geeft het stelsel
  $\begin{cases} 51,858 = 82,5^2 \cdot a + 82,5 \cdot b \\ 0 = 165^2 \cdot a + 165 \cdot b \end{cases}$ — 1
- Hieruit volgt
  $\begin{cases} 103,716 = 2 \cdot (82,5)^2 \cdot a + 165 \cdot b \\ 0 = 165^2 \cdot a + 165 \cdot b \end{cases}$ — 1
- Hieruit volgt $-13\,612,5 \cdot a = 103,716$ — 1
- Dus $a \approx -0,0076$ en $b \approx 1,2572$ — 1

of

- $(165, 0)$ invullen in $y = ax^2 + bx$ geeft $0 = 165^2 a + 165b$ — 1
- Dit geeft $b = -165a$ (dus $y = ax^2 - 165ax$) — 1
- De top van de parabool is $(82,5; 51,858)$ — 1
- $(82,5; 51,858)$ invullen in $y = ax^2 - 165ax$ geeft
  $51,858 = a \cdot 82,5^2 - 165 \cdot a \cdot 82,5$ (ofwel $51,858 = -a \cdot 6806,25$) — 1
- Dus $a \approx -0,0076$ en $b \approx 1,2572$ — 1

of

- De parabool heeft nulpunten bij 0 en 165, dus de formule van de parabool is van de vorm $y = ax(x-165)$ 1
- De top van de parabool is $(82,5; 51,858)$ 1
- $(82,5; 51,858)$ invullen geeft $51,858 = a \cdot 82,5 \cdot (82,5-165)$ 1
- Hieruit volgt $a = -\dfrac{51,858}{82,5^2}$ 1
- $y = -\dfrac{51,858}{82,5^2}x(x-165) = -0,0076x^2 + 1,2572x$ (dus $a \approx -0,0076$ en $b \approx 1,2572$) 1

of

- De x-coördinaat van de top is 82,5; $y' = 2ax + b$ 1
- Voor de top geldt $y' = 0$, dus $2a \cdot 82,5 + b = 0$, dus $b = -165a$ (dus $y = ax^2 - 165ax$) 1
- De top van de parabool is $(82,5; 51,858)$ 1
- $(82,5; 51,858)$ invullen in $y = ax^2 - 165ax$ geeft $51,858 = a \cdot 82,5^2 - 165 \cdot a \cdot 82,5$ (ofwel $51,858 = -a \cdot 6806,25$) 1
- Dus $a \approx -0,0076$ en $b \approx 1,2572$ 1

Bronvermeldingen

NK Tegenwindfietsen

foto 1	Organisatie NK Tegenwindfietsen, fotograaf Arie Kievit